

Пермский край
2025-2026 учебный год
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
8 КЛАСС

Время выполнения заданий – 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

1. Протяженность туристического маршрута равна 28 км. Часть пути турист преодолел на велосипеде, двигаясь с постоянной скоростью 18 км/ч, а часть пути прошел пешком, двигаясь с постоянной скоростью 6 км/ч. При этом время движения пешком оказалось в 2 раза меньше времени движения на велосипеде. Сколько времени турист затратил на преодоление всего маршрута?

Ответ: 2 часа.

Решение 1. Обозначим время движения пешком за t ч, тогда время движения на велосипеде составит $2t$ ч. За время движения на велосипеде турист преодолел $18 \cdot 2t = 36t$ км, за время движения пешком – $6t$ км. Получаем уравнение: $36t + 6t = 28$, откуда $t = 28/42 = 2/3$. Таким образом, турист $2/3$ часа шел пешком и $4/3$ часа ехал на велосипеде, значит общее время в пути равно $2/3 + 4/3 = 2$ часа.

Решение 2. Поскольку скорость на велосипеде в 3 раза больше, а время движения в 2 раза больше, чем пешком, то преодоленный на велосипеде путь в 6 раз больше, чем пешком. То есть путь пешком составляет $1/7$ всего пути, а путь на велосипеде – $6/7$ всего пути. То есть пешком турист прошел $28/7 = 4$ км, а на велосипеде проехал 24 км. Общее время в пути: $4/6 + 24/18 = 2$ часа.

Критерии оценки. Полное решение должно включать в себя не только ответ на задачу, но и пояснения, как этот ответ получен (либо пояснения, почему указанный ответ подходит и почему других ответов быть не может). Только ответ – 1 балл. Ответ «с проверкой», то есть указано отдельно время движения на велосипеде и отдельно – время движения пешком, посчитано пройденное расстояние на велосипеде и пешком – 3 балла.

2. Имеется 4 пакета яблочного сока объемом 0,3 литра каждый, 7 пакетов апельсинового сока объемом 0,2 литра каждый и 1 пакет вишневого сока объемом 0,1 литра. Можно ли распределить все эти пакеты между 3 школьниками так, чтобы у всех оказалось одинаковое число пакетов и одинаковое количество литров сока?

Ответ: да, можно. Одному школьнику нужно дать 2 пакета яблочного, 1 пакет апельсинового и 1 пакет вишневого сока, а двум другим по 1 пакету яблочного и 3 пакета апельсинового. У каждого будет по 4 пакета и 0,9 л сока.

Критерии оценки. Только ответ («да, можно») – 0 баллов. Неправильный пример (не соответствующий условиям задачи) – 0 баллов. Правильный пример распределения – 7 баллов. Если правильный пример не построен, но есть рассуждения о том, что каждому должно достаться по 4 пакета и 0,9 литров сока – 2 балла.

3. На ребра кубика наклеена светодиодная подсветка, а на гранях располагаются кнопки. Подсветка горит либо красным, либо зеленым цветом. Если нажать кнопку на грани, то сменится цвет подсветки на четырех ребрах, являющихся сторонами этой грани. Изначально все ребра горят красным цветом. Можно ли, нажимая на кнопки, сделать так, чтобы все ребра горели зеленым цветом?

Ответ: нет.

Решение. Рассмотрим 3 грани, прилегающие к одной вершине. Рассмотрим количество нажатий на кнопки на этих гранях. Как минимум на двух из граней количество нажатий имеет одну четность, а значит общее для этих граней ребро имеет первоначальный цвет.

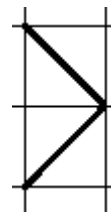
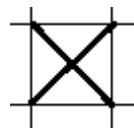
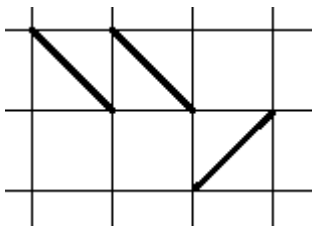
Критерии оценки. Только ответ («нет») – 0 баллов. Рассмотрение только отдельных конкретных случаев нажатия на кнопки – 0 баллов.

4. Треугольники ABC и ANF равносторонние. При этом точка N лежит на отрезке CB, и точка F лежит по ту же сторону от прямой AB, что и точка C. Докажите, что прямые AB и CF параллельны.

Решение. Так как $\angle CAF + \angle CAN = 60$ и $\angle BAN + \angle CAN = 60$ градусов, то углы $\angle CAF$ и $\angle BAN$ равны. Значит треугольники CAF и BAN равны по двум сторонам и углу между ними. Значит $\angle ACF = \angle ABN = 60$ градусов, но тогда накрест лежащие углы $\angle BAC$ и $\angle ACF$ при прямых AB, CF и секущей AC равны, и значит прямые AB и CF параллельны.

Критерии оценки. Доказано равенство треугольников CAF и BAN, дальнейших продвижений нет – 1 балл.

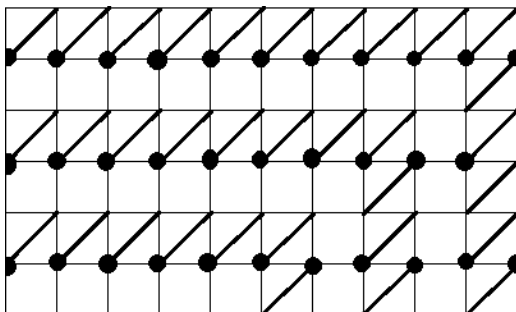
5. На клетчатой бумаге нарисована прямоугольная таблица размером 6х10 клеток. В некоторых клетках проведены диагонали так, что никакие две не имеют общих точек (в том числе вершины). На рисунке слева показан фрагмент таблицы, где условие выполняется, справа – два фрагмента, где условие не выполняется.



Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?

Ответ: 33

Решение. Отметим точки в нижних углах клеток 1й, 3й и 5й строк. Они же являются верхними углами клеток 2й, 4й и 6й строк. Таким образом, в какой бы строке не располагалась клетка, диагональ в этой клетке занимает одну из отмеченных точек. Всего отмеченных точек $3 \cdot 11 = 33$. Значит, более 33 диагоналей быть не может. Пример с 33 диагоналями приведен на рисунке.



Критерии оценки. Построен пример, в котором проведены 33 диагонали – 4 балла. Доказано, что больше 33 диагоналей быть не может – 3 балла.